

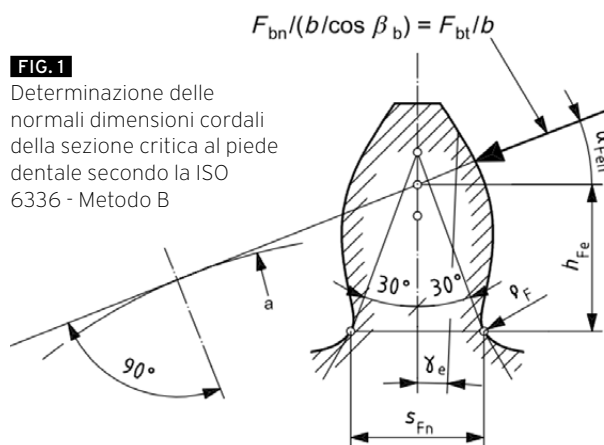
# RESISTENZA ALLA FLESSIONE A PIEDE DENTE DEGLI INGRANAGGI



IL DOWNSIZING O MINIATURIZZAZIONE È UNA TENDENZA SEMPRE PIÙ DIFFUSA IN MOLTI SETTORI INDUSTRIALI. L'INDUSTRIA AUTOMOBILISTICA STA SPINGENDO LA PROGETTAZIONE DEI SUOI COMPONENTI VERSO SOLUZIONI SEMPRE PIÙ COMPATTE, LEGGERE, EFFICIENTI ED AFFIDABILI

In passato, le trasmissioni per l'automotive sono state progettate e prodotte con ingranaggi aventi moduli tipicamente compresi tra 3 e 10mm. A questo proposito, i principali standard europei per la progettazione di ingranaggi quali la normativa ISO 6336 (basata sulla tedesca DIN 3990), sono validati appunto nella gamma da 3 a 10 mm. Inoltre, è noto come, aumentando le dimensioni dell'ingranaggio, il fattore dimensionale  $Y_x$  (per la flessione) si riduca. Tuttavia, i progressi in termini di materiali e conoscenze progettuali hanno reso possibile la realizzazione di riduttori miniaturizzati con ingranaggi con moduli normali inferiori a 3 mm aventi affidabilità comparabile (o superio-

re) alle soluzioni del passato. In questo scenario, comprendere come la dimensione influenzi (positivamente) la capacità di carico a flessione a piede dente per moduli inferiori a 5 mm è fondamentale per massimizzare l'efficacia del progetto in caso di downsizing delle trasmissioni. In questo articolo si riportano i risultati di uno studio sperimentale su ingranaggi realizzati in 39NiCrMo3 aventi un modulo normale pari a 2 mm per verificare la capacità di carico a flessione. Sulla base delle evidenze sperimentali e dei dati aggiuntivi presi da letteratura, nonché da studi passati dell'autore, viene proposta una formula estesa per il fattore dimensionale  $Y_x$  (secondo la normativa ISO 6336).



**FIG. 1**  
Determinazione delle normali dimensioni cordali della sezione critica al piede dentale secondo la ISO 6336 - Metodo B

**Introduzione**

Negli ultimi anni, il downsizing sta emergendo come una tendenza a livello globale. La miniaturizzazione dei sistemi meccanici, almeno nel settore automobilistico, è spinta dalle sempre più severe restrizioni ambientali come gli standard EuroX; ridurre le dimensioni ed il peso della trasmissione ha un impatto significativo sui consumi di carburante e sulle emissioni inquinanti [1], [2].

In altri settori come la meccatronica, la compattezza e un'alta densità di potenza sono fondamentali per aumentare l'efficacia dei robot [3]–[7]. In queste come in molte altre applicazioni, il design degli ingranaggi si sta spostando su moduli sempre più piccoli, molto al di sotto dei tradizionali 5 mm [8]–[10]. Sono disponibili molti standard per la progettazione di ingranaggi come l'europeo ISO 6336 [11], il tedesco DIN 3990 [12] e l'americano ANSI/AGMA 2001 [13]. Tuttavia, sia l'approccio europeo che quello tedesco si basano su prove sperimentali effettuate su ingranaggi aventi un modulo normale  $m_n = 5$  mm.

In passato, Steutzger [14] ha dimostrato come una maggiore dimensione dell'ingranaggio promuova una diminuzione della capacità di carico a flessione. Sebbene questo effetto sia ben supportato dall'evidenza per moduli oltre 5 mm [15]–[18], pochi sono i dati disponibili al di sotto di tale soglia [19].

Se questo effetto venisse confermato, una conclusione diretta sarebbe che gli ingranaggi piccoli risultano sempre sovrastimati se progettati sulla base di tali standard. Pertanto, applicando una formulazione specifica per il fattore dimensionale  $Y_x$  per moduli di dimensioni inferiori a 5 mm esisterebbe un margine di miglioramento.

Il principio di funzionamento delle normative per ingranaggi come ISO 6336 [11] e DIN 3990 [12] si basa sul confronto tra lo sforzo che si verifica nel componente  $\sigma_F$  e una sollecitazione ammissibile (ammisibile)  $\sigma_{Fp}$ . Il calcolo della sollecitazione effettiva  $\sigma_F$  per ingranaggi cilindrici si basa sulla teoria di de Saint-Venant: i denti sono idealizzati come travi a sbalzo caricate in punta con una forza tangenziale  $F_t$  ruotata di un angolo  $\alpha_{FEN}$  rispetto all'asse del dente (Figura 1). La determinazione della dimensione cordale normale nella sezione critica  $S_{Fe}$  e del braccio del momento flettente  $h_{Fe}$  secondo la ISO 6336 - Metodo B è mostrata nella figura 1.

$$\sigma_F = K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \cdot \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \tag{1}$$

Dove  $Y_F$  è definito come in Eq. 2

$$Y_F = \frac{\frac{6h_{Fe} \cos \alpha_{Fen}}{m_n}}{\left(\frac{S_{Fn}}{m_n}\right)^2 \cos \alpha_n} \tag{2}$$

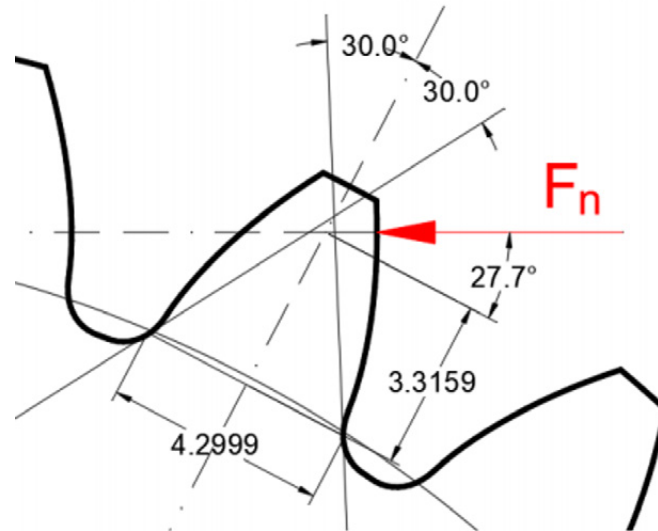
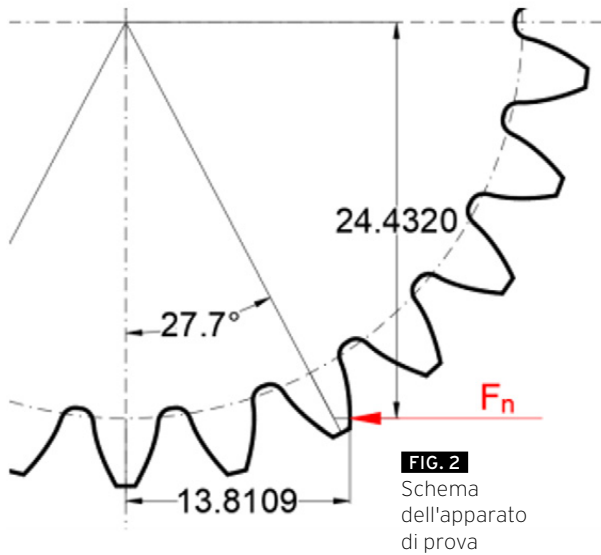
In cui  $Y_F$  è il fattore di forma che tiene conto dell'influenza della forma del dente considerando che il carico viene applicato nel punto di contatto singolo esterno.  $Y_S$  è il fattore di correzione della sollecitazione e considera gli effetti dell'intaglio dovuto alla variazione della sezione al piede del dente e viene utilizzato per compensare gli errori introdotti dal metodo utilizzato per determinare la sezione più critica (linee oblique come prescritto dalla ISO 6336 - Figura 1).  $Y_S$  è definito come in Eq.3

$$Y_S = (1.2 + 0.13L) \cdot q_s^{\frac{1}{1.21+2.3/L}} \tag{3}$$

dove (Eq.4)

Materiale	Modulo normale $m_n$ [mm]	Fattore dimensionale $Y_x$ [-]
St, V, GGG (perl., bai.), GTS (perl.),	$m_n \leq 5$	$Y_x = 1.0$
	$5 \leq m_n < 30$ $\leq 30 m_n$	$Y_x = 1.03 - 0.006 \cdot m_n$ $Y_x = 0.85$
Eh, IF (root), NT, NV	$m_n \leq 5$	$Y_x = 1.0$
	$5 \leq m_n < 25$ $\leq 25 m_n$	$Y_x = 1.05 - 0.01 \cdot m_n$ $Y_x = 0.8$
GG, GGG (ferr.)	$m_n \leq 5$	$Y_x = 1.0$
	$5 \leq m_n < 25$ $\leq 25 m_n$	$Y_x = 1.075 - 0.015 \cdot m_n$ $Y_x = 0.7$
Tutti i materiali - statiche sollecitazioni	-	$Y_x = 1.0$

**TAB. 1**  
Fattore dimensionale per moduli e materiali diversi



TAB. 2

Dati sull'ingranaggio - ingranaggio a modulo da 2 mm

$m_n$ [mm]	2	$d_{en}$ [mm]	52.000	$x$ [-]	0.300
$\alpha_n$ [°]	20	$d_b$ [mm]	48.846	$h_{fp^*}$ [mm]	1.250
$z_n$ [-]	26	$d_a$ [mm]	57.200	$\rho_{fp^*}$ [mm]	0.380
$b$ [mm]	10	$d_f$ [mm]	47.960	$h_{ap^*}$ [mm]	1.000

$$q_s = \frac{S_{Fn}}{2 \cdot \rho_F} \quad [4]$$

è la sensibilità all'intaglio ed  $L$  è definita come in Eq.5

$$L = \frac{S_{Fn}}{h_{Fe}} \quad [5]$$

Il fattore  $K_A$ , chiamato fattore di applicazione, viene utilizzato per tenere conto dell'effetto dei sovraccarichi esterni. Dipende dall'applicazione specifica. Il fattore dinamico  $K_V$  considera i carichi dinamici interni al sistema. I fattori  $K_{F\beta}$  e  $K_{F\alpha}$  sono utilizzati per modellare la distribuzione irregolare del carico nei contatti lungo la larghezza di fascia e nella direzione trasversale. Questi possono essere causati, ad esempio, da errori di produzione o deflessione del sistema sotto carico. La sollecitazione  $\alpha_F$  così calcolata viene confrontata con la sollecitazione ammissibile  $\sigma_{FP}$  (Eq.6). Il valore limite per la sollecitazione al piede dovrebbe preferibilmente essere ottenuto da prove sperimentali che utilizzino ingranaggi come provini. In questo modo, la maggior parte degli effetti, come ad esempio quello di intaglio dato dal raccordo, sono automaticamente inclusi nei risultati. Secondo l'ISO 6336 - Metodo B, la sollecitazione di flessione ammissibile  $\sigma_{FP}$  può essere calcolata a partire dalla sollecitazione  $\sigma_{Flim}$  che rappresenta il limite del materiale.

$$\sigma_{FP} = \sigma_{Flim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta_{relT}} \cdot Y_{R_{relT}} \cdot Y_X \quad [6]$$

$Y_{ST}$  e  $Y_{NT}$  sono rispettivamente il fattore di correzione dello sforzo e il fattore di durata, entrambi rilevanti per le dimensioni dell'ingranaggio di prova rispetto a quello di riferimento.  $Y_{\delta_{relT}}$  è il fattore di sensibili-

tà relativo e  $Y_{\delta_{relT}}$  il fattore di superficie relativo. Infine,  $Y_X$  è il fattore dimensionale, che viene utilizzato per considerare l'influenza delle dimensioni dei denti sulla resistenza a flessione.  $Y_X$  considera l'influenza delle dimensioni sulla probabile distribuzione dei punti deboli nella struttura del materiale, i gradienti di sollecitazione che, in conformità alla teoria [20], [21], diminuiscono con dimensioni crescenti, la qualità del materiale determinata dall'estensione e dall'efficacia dei trattamenti termici, la presenza di difetti, ecc. [11]. Secondo lo standard ISO 6336 - Metodo B, il fattore dimensionale può essere stimato in funzione del materiale e del modulo normale secondo la tabella 1. Si può apprezzare come, indipendentemente dal materiale considerato, il fattore dimensionale sia sempre uguale a 1.0 per ingranaggi con un modulo inferiore a 5 mm. Dobler [19] hanno eseguito test sistematici su ingranaggi di piccole dimensioni realizzati in 16Mn-Cr5 con un modulo normale  $m_n = 0.45 \div 0.6$  mm. Gli ingranaggi sono stati cementati a 700-750 HV. Il trattamento si è esteso fino ad una profondità (550 HV) compresa tra 0.1 e 0.2 mm.

Infine, gli ingranaggi sono stati finiti ad una qualità < 5 secondo DIN 3962 [22]. Tutte le prove sono state eseguite su un banco back-to-back di piccole dimensioni con un rapporto di riduzione di 57/58. Sulla base di 20 prove [23]–[26], è stata derivata un'espressione modificata per il fattore dimensionale dell'ingranaggio  $Y_X$  per gli acciai (Eq.7).

Test ID	F <sub>max</sub> [N]	F <sub>min</sub> [N]	N [-]	stato
1	-365	-3650	5,00E+06	Ro
2	-375	-3750	5,00E+06	Ro
3	-385	-3850	5,00E+06	Ro
4	-395	-3950	5,00E+06	Ro
5	-405	-4050	4.17E+05	F
6	-395	-3950	3,33E+06	F

TAB. 3

Risultati delle prove relative all'ingranaggio del modulo da 2 mm

$$Y_{XDobler} = 1 - 0.45 \cdot \log\left(\frac{m_n}{5}\right) \pm 0.075 \quad [7]$$

Questa formulazione si basa sui dati secondo FVA 162/I [26], FVA 271 [25], FVA 410/I [23] e Jeong [24] e presenta un coefficiente di determinazione  $R^2 = 0.9339$ . È interessante notare come, secondo il modello proposto da Dobler et al. sulla base di diversi risultati disponibili in letteratura, per moduli oltre 5 mm la capacità di carico diminuisca. L'effettiva formulazione degli standard (ISO 6336 e DIN 3990), invece, non si adatta al comportamento sperimentale osservato ( $R^2 = -0.2203$  riferito alla curva Eh).

### Materiale e metodi: ingranaggi a modulo piccolo

Al fine di valutare l'influenza della dimensione dell'ingranaggio sulla capacità di carico a flessione a piede dente, sono state eseguite prove STBF (Single Tooth Bending Fatigue) [27] su un ingranaggio con modu-

lo normale pari a  $m_n = 2$  mm realizzato in 39NiCrMo3. Le prove sono state eseguite su un pulsatore mono-assiale elettro-meccanico STEPlab UD04 in grado di applicare fino a 5 kN. Per eseguire prove STBF è stato messo a punto un apparato speciale composto da 2 punzoni, una forcella di supporto e un perno di centraggio (figura 2).

I test STBF sfruttano la distanza Wildhaber W5 [28] per caricare contemporaneamente due denti assicurando che le forze di contatto siano da un lato parallele e coassiali tra loro, dall'altro perpendicolari ai fianchi dei denti. In questo modo, durante la prova l'attrito tra punzoni e fianchi dell'ingranaggio risulta sufficiente a mantenere il provino (ingranaggio) in posizione senza la necessità di supporti esterni.

La forcella e il perno di centraggio sono necessari solamente durante la fase di montaggio per garantire che i punti di contatto tra i fianchi dell'ingranaggio ed i punzoni siano nelle posizioni corrette. Dall'altro lato della medaglia, con questa configurazione non è possibile eseguire test mantenendo il rapporto di sollecitazione  $R = 0$  come negli ingranaggi coniugati. Un carico minimo di compressione deve essere sempre presente per garantire che l'ingranaggio rimanga nella posizione corretta [29].

Sulla base della letteratura [30]–[34] un valore di  $R = 0.1$  è comunque già sufficiente a garantire l'assenza di movimento indesiderati. La tabella 2 riassume le proprietà geometriche dei campioni. La qualità dell'ingranaggio è 5 secondo DIN 3962 [22] (EN). I test sono stati eseguiti secondo l'approccio stair-case [35]. Se un test ad un certo livello di carico  $F_i$  si

conclude con un cedimento, la forza per il test successivo viene ridotta di  $\Delta F$ . Se il test si conclude con un run-out (il campione resiste a 5M di cicli) la forza viene aumentata di  $\Delta F$ .

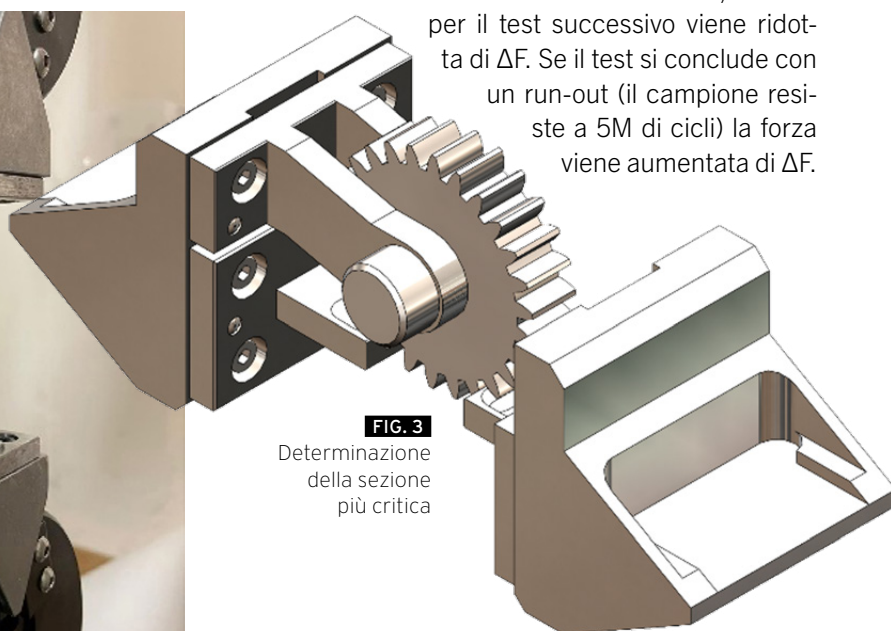


FIG. 3

Determinazione della sezione più critica

L'intervallo di forza  $\Delta F$  è stato impostato su 100 N. Il metodo up-and-down per piccoli campioni con due campioni "in serie" secondo Little [36] è stato utilizzato per post-elaborare i risultati. Si basa sul lavoro originale di Dixon [37] che consente la stima del limite di fatica partendo da un numero piccolo di campioni grazie all'adozione della statistica.

Questo lavoro è stato successivamente sviluppato da Little per tener conto dell'effetto di campioni montati in serie. Un test STBF è un tipico esempio di questa configurazione in cui durante un test di fatto si provano due denti "in serie". Il cedimento per fatica si verifica generalmente prima o al massimo a 1M di cicli aventi la stessa ampiezza.

Tuttavia, è prassi comune selezionare una durata arbitraria dei test (Run-Out). In questo modo, viene "spesa" una parte sostanziale del tempo di prova in una zona cui il cedimento è altamente improbabile (ad esempio tra 1M e 5M di cicli), ma la condizione di run-out non è ancora stata raggiunta. Interrompere le singole prove quando il primo campione cede (uno dei 2 denti dell'ingranaggio in prova) significa risparmiare tempo, ma anche perdere informazioni sulla risposta successiva (se del caso) del secondo dente. Il metodo proposto da Little tiene conto statisticamente di questo effetto. Il limite di fatica  $F_{FPSTBF50\%}$  è stimato come la somma del primo livello di carico significativo  $F_1$  (Eq.8) ed il prodotto tra  $\Delta F$  e  $k$ .

$$F_{FPSTBF50\%} = F_1 + k \cdot \Delta F \quad [8]$$

dove  $k$  è un parametro statistico a seconda della sequenza Failure (F) – Run-Out (RO).

## Risultati

La tabella 3 riporta il riassunto dei risultati delle prove effettuate sugli ingranaggi a modulo piccolo. Essendo i risultati della campagna di prova nell'ordine RO-RO-RO-F-F, il valore  $k = 3.56$  ha portato a determinare una forza  $F_{FPSTBF50\%} = 4006$ . Questo valore (4006 N) rappresenta il limite di fatica per una probabilità di cedimento del 50%.

Pertanto, il risultato è stato ridotto di 2.33-s, dove  $s$  rappresenta la varianza che, secondo il metodo Up-and-Down per piccoli campioni con due campioni "in serie" secondo Little, è uguale all'intervallo di forza  $\Delta F$ . Ciò porta ad un limite di fatica con una probabilità di guasto dell'1% pari a  $F_{FPSTBF1\%} = 3773$  N.

Il risultato è stato moltiplicato per un fattore 0.9 per considerare il fatto che le prove sono state eseguite su un pulsatore senza riproduzione del rotolamento [38], [39]. Questa forza può essere convertita in una

$m_n$ [mm]	8	$d_{en}$ [mm]	256.000	$x$ [-]	0.223
$\alpha_n$ [°]	20	$d_b$ [mm]	240.561	$h_{fp^*}$ [mm]	1.250
$z_n$ [-]	32	$d_a$ [mm]	275.557	$\rho_{fp^*}$ [mm]	0.300
$b$ [mm]	20	$d_f$ [mm]	239.557	$h_{ap^*}$ [mm]	1.000

TAB. 4

Dati relativi all'ingranaggio con modulo 8 mm

sollecitazione ammissibile  $\sigma_{FP}$ , da porre uguale a quella effettiva  $\sigma_F$ , utilizzando le formule di cui sopra (ISO 6336). Per la geometria specifica, il fattore di forma  $Y_F$  e il fattore di correzione della sollecitazione  $Y_S$  risultano rispettivamente pari a 2.0298 e 1.9011. I valori di  $h_{Fe}$  (3.3159 mm) e  $s_{Fe}$  (4.2999 mm) sono stati estratti graficamente (figura 3). Il valore dello sforzo ammissibile  $\sigma_{FP2mm}$  risulta 570.34 MPa.

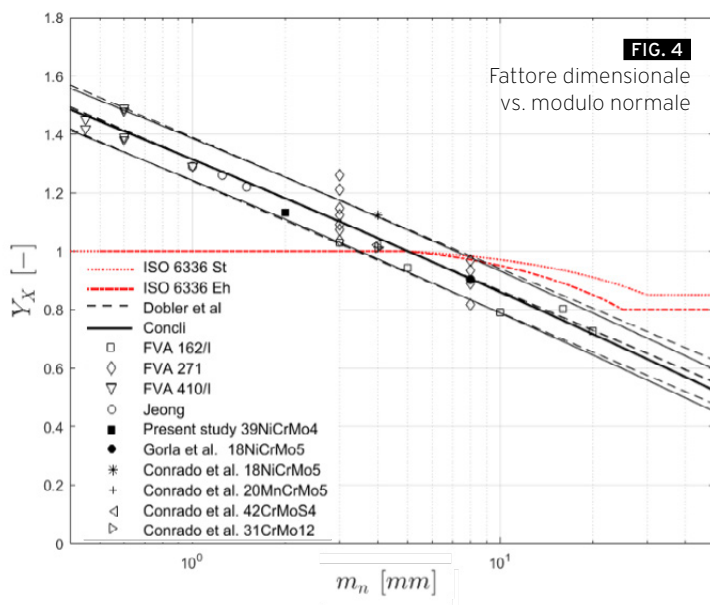
Secondo la letteratura [11], lo sforzo limite per l'acciaio 39NiCrMo3 è pari a  $\sigma_{Flim} = 280.92$  MPa. Questo valore è stato ottenuto con prove su ingranaggi di modulo standard (5 mm) per i quali i fattori  $Y_{NT}$ ,  $Y_{relT}$ ,  $Y_{RrelT}$ , così come il fattore di dimensione  $Y_X$  risultano uguali a uno.  $Y_{ST}$  è invece uguale a 2. Pertanto, il corrispondente sforzo ammissibile risulta  $\sigma_{FP5mm} = 561.84$  MPa. Per l'ingranaggio con modulo normale uguale a 2 mm,  $Y_{NT}$  è anche uguale a uno.  $Y_{RrelT}$  è il fattore superficiale relativo che è funzione della rugosità  $R_z$ . Per gli ingranaggi testati, la rugosità del  $R_a$  al piede è stata misurata in  $6.3 \mu m$ . Questo valore è stato convertito in utilizzando la normativa DIN 4778 [40] ( $R_z = 38.3 \mu m$ ). Per questo valore di rugosità, la ISO 6336 propone un fattore superficiale relativo  $Y_{RrelT} = 0.9458$ .  $Y_{\delta relT}$  è il fattore di sensibilità (Eq.9).

$$Y_{\delta relT} = \frac{1 + \sqrt{\rho' - \chi^*}}{1 + \sqrt{\rho' \chi^*}} \quad [9]$$

Il confronto diretto dei due valori di sollecitazione ammissibile porta alla stima del fattore di dimensione per un modulo normale pari a 2 mm. Ne risulta  $Y_X = 1.1327$ . Questo valore è in linea con i risultati di Dobler et al. (-3,9% come mostrato nella figura 4) e significativamente superiore al valore proposto dalla ISO 6336 e dalle norme DIN 3990 (+13,3%).

## Discussione

Il risultato della campagna di prova sugli ingranaggi a modulo 2 mm ha confermato quanto evidenziato da Dobler et al., ovvero che per i moduli normali inferiori a 5 mm l'approccio ISO 6336 sottostima la capacità di carico degli ingranaggi. Per avere un'ulteriore conferma di questo fenomeno, sono stati elaborati i dati già pubblicati dal gruppo di ricerca dell'autore. In particolare, sono stati utilizzati risultati di test su ingra-



naggi a modulo 8 mm secondo Gorla et al. [32][41]. In entrambi i casi, le prove sono state eseguite al fine di confrontare materiali diversi o studiare l'effetto dei trattamenti termici o meccanici. In entrambi i casi i risultati sono stati confrontati con un caso di riferimento ed è stato preso in considerazione solo l'incremento relativo della capacità di carico.

*Dati supplementari per la taratura di una nuova formulazione per  $Y_x$ : ingranaggi aventi modulo 8 mm secondo Gorla et al.*

Per calibrare al meglio una nuova formulazione per  $Y_x$ , non solo per moduli inferiori a 5 mm ma nell'intera gamma, sono stati presi in considerazione ulteriori dati ottenuti dall'autore in una precedente ricerca. I test sono stati eseguiti nell'ambito del progetto XL-Gear finanziato dalla Regione Lombardia [32]. Mentre l'obiettivo era quello di identificare soluzioni innovative in grado di migliorare la produzione di ingranaggi di grandi dimensioni, nonché la durata e la resistenza, come materiale di confronto è stato adottato un acciaio standard (18NiCrMo5).

I parametri geometrici dell'ingranaggio sono riportati nella tabella 1. La rugosità superficiale era  $R_a = 1.6 \mu\text{m}$ . Le prove sono state effettuate su un pulsatore elettro-meccanico Schenk da 60 kN, analogamente alle prove effettuate sull'ingranaggio piccolo. I test sono stati eseguiti con il metodo stair-case abbreviato e post-elaborati con l'approccio Dixon [37].

Lo sforzo che porta a una probabilità di cedimento del 50% risulta  $\sigma_{FP_{STBF50\%}} = 1007 \text{ Mpa}$ . Questo valore è stato convertito per una probabilità di cedimento dell'1%,  $\sigma_{FP_{STBF1\%}} = \sigma_{FP_{STBF50\%}} - 2.33 \cdot s = 916 \text{ N}$ , dove è la svarianza (39.6 MPa). Questo valore è stato poi

moltiplicato per il fattore a 0.9 per considerare il fatto che le prove sono state eseguite su un pulsatore senza riproduzione dell'ingranamento [38], [39] portando a  $\sigma_{FP_{STBF1\%}} = 824 \text{ MPa}$ . Secondo la letteratura [11], lo sforzo nominale per l'acciaio 18NiCrMo5 è pari a  $\sigma_{Flim} = 430 \text{ MPa}$ . Questo valore è stato ottenuto con test su ingranaggi di modulo standard pari a 5 mm per i quali i fattori  $Y_{NT}$ ,  $Y_{relT}$ ,  $Y_{RrelT}$  così come il fattore dimensionale  $Y_X$  risultano uguali a uno.  $Y_{ST}$  è invece uguale a 2. Pertanto, il corrispondente sforzo ammissibile  $\sigma_{FP_{5mm}}$  risulta 860 MPa.

Per l'ingranaggio da 8 mm,  $Y_{NT}$  è uguale a uno.  $Y_{RrelT}$ , il fattore di superficie relativo risulta  $Y_{RrelT} = 0.9964$ , mentre il fattore di sensibilità  $Y_{RrelT} = 0.9449$ . Pertanto, il fattore dimensionale risulta  $Y_x = 0.9027$ . Questi risultati evidenziano come anche per moduli superiori a 5 mm, gli standard ISO 6336 e DIN 3990 (considerando la curva Eh per gli acciai) non rispecchino le evidenze sperimentali e sovrastimino il valore del fattore di dimensione del +10,4%.

*Dati supplementari per la taratura di una nuova formulazione per  $Y_x$ : ingranaggi aventi modulo 4 mm secondo Conrado et al.*

Ulteriori dati sono stati estratti dalla pubblicazione di Conrado et al. [41] eseguita sullo stesso pulsatore elettromeccanico Schenk da 65 kN utilizzato da Gorla et al. [32]. Gli ingranaggi testati hanno un modulo normale  $m_n = 4 \text{ mm}$ . Gli altri parametri geometrici sono riportati nella Tabella 5.

La rugosità superficiale era  $R_a = 3.2 \mu\text{m}$ . Gli ingranaggi di prova sono stati realizzati con quattro diversi materiali: due acciai cementati, uno nitruato e uno in acciaio temprato, comunemente utilizzati come materiali per ingranaggi: 18NiCrMo5, 20MnCr5, 42CrMoS4 e 31CrMo12. Gli esperimenti sono stati condotti su 15 campioni per ciascun materiale secondo la procedura stair-case completa. I risultati della campagna di prova sono riportati nella tabella 6.

Confrontando questi valori con i valori di sollecitazione ammissibili presi da letteratura, è possibile determinare i fattori dimensionali che risultano rispettivamente:  $Y_X = 1.1233, 1.0110, 1.0205$  e  $1.0126$ .

### Proposta di una nuova formulazione per $Y_x$

Sulla base dei risultati del presente studio e dei dati disponibili in letteratura, viene proposta una nuova formulazione per  $Y_x$ . A differenza del modello secondo Dobler et al. che usa una funzione interpolante lineare, è stata utilizzata una funzione polinomiale di 2° ordine per interpolare i dati.

$m_n$ [mm]	4	$d_{en}$ [mm]	256.000	$x$ [-]	0.000
$\alpha_n$ [°]	20	$d_b$ [mm]	105.250	$h_{fp*}$ [mm]	1.250
$z_n$ [-]	28	$d_a$ [mm]	120.000	$\rho_{fp*}$ [mm]	0.300
$b$ [mm]	30	$d_f$ [mm]	101.910	$h_{ap*}$ [mm]	1.000

**TAB. 5**  
Dati relativi all'ingranaggio con il modulo 4 mm

Material	$\sigma_{FPSTBF50\%}$ [MPa]	$s$ [MPa]	$\sigma_{FPSTBF1\%}$ [MPa]	$\sigma_{FP1\%}$ [MPa]	$Y_x$
18NiCrMo5	1185	-3650	1073	966	1.1233
20MnCr5	1084	-3750	1007	869	1.0110
42CrMoS4	1011	-3850	975	877	1.0205
31CrMo12	1036	-3950	968	870	1.0126

**TAB. 6**  
Risultati delle prove relative agli ingranaggi a modulo 4 mm

$$Y_x = 1 - 0.0176 \left( \log_{10} \left( \frac{m_n}{m_{nT}} \right) \right)^2 - 0.4613 \cdot \log_{10} \left( \frac{m_n}{m_{nT}} \right) \quad [11]$$

Il coefficiente di determinazione  $R^2$  risulta 0.9296. Sullo stesso insieme di dati, il modello di Dobler et al. mostra un coefficiente di determinazione di 0.9292. Inoltre, mentre l'intervallo di affidabilità del 90% secondo il modello proposto da Dobler et al. si trova tra  $\pm 0.0750$  rispetto al valore medio, nel modello attuale, grazie a una deviazione standard più bassa, l'offset è  $\pm 0.0718$ . Mentre sull'attuale insieme di dati l'adozione di una funzione polinomiale di secondo ordine non introduce grandi benefici, per i moduli grandi la differenza diventa evidente (figura 4). Solo ulteriori test o disponibilità di dati relativi a moduli grandi potrebbero davvero indicare quale dei due modelli a meglio la tendenza reale (fisica) di  $Y_x$  vs.  $m_n$ .

## Conclusioni

Da un lato, la miniaturizzazione è una tendenza reale e, quindi, i nuovi design adotteranno sempre più ingranaggi di piccole dimensioni. D'altra parte, le norme attuali non descrivono correttamente l'effetto delle dimensioni degli ingranaggi sulle sollecitazioni consentite per moduli diversi da 5 mm. Pertanto, vi è la necessità di nuovi fattori. L'evidenza sperimentale mostra come per ingranaggi piccoli aventi un modulo normale inferiore a 5 mm, le sollecitazioni consentite risultano significativamente superiori a quelle degli ingranaggi di riferimento standard. I risultati di questo lavoro sono in linea con i risultati di Dobler et al., confermando l'aumento della capacità di carico per ingranaggi piccoli. In questo studio la sollecitazione di riferimento  $\sigma_{F_{lim}}$  per gli ingranaggi in 39NiCrMo3 con un modulo normale  $m_n = 2$  mm è stata ottenuta tramite prove STBF. Le prove sono state effettuate utilizzando l'approccio stair-case abbreviato ed i risultati statisticamente post-elaborati con il metodo

up-and-down per piccoli campioni con due campioni "in serie" secondo Little. Per convertire le forze in sollecitazioni è stato utilizzato lo standard ISO 6336. Il valore ottenuto relativamente allo sforzo limite è stato confrontato con quello disponibile in letteratura per l'acciaio 39NiCrMo3. Questo confronto ha portato alla calibrazione del fattore dimensionale  $Y_x$  secondo ISO 6336 per un modulo normale  $m_n = 2$  mm risultando in  $Y_x = 1.1327$ . Questo valore è significativamente superiore al valore suggerito dalla norma ( $Y_x = 1$ ) e allineato con il modello proposto da Dobler et al. Inoltre, al fine di avere un set di dati più affidabile, a partire dai dati pubblicati in passato dal gruppo di ricerca dell'autore e dal confronto di tali dati con i dati bibliografici disponibili per gli stessi materiali ottenuti su ingranaggi a modulo 5 mm, sono stati derivati valori aggiuntivi per il fattore dimensionale per moduli pari a 4 mm e 8 mm. Infine, sulla base dei dati di prova, dei dati di letteratura, dei risultati pubblicati dall'autore in passato e di altri dati messi a disposizione da collaboratori, è stata proposta una nuova formulazione alternativa per il fattore  $Y_x$ . Questa formulazione mostra un coefficiente di determinazione  $R^2$  leggermente più elevato rispetto al modello proposto da Dobler et al.

## Abbreviazioni

**F:** Forza **RO:** Run-Out  
**STBF:** Test senza rotolamento

## Dichiarazioni

**Disponibilità di dati e materiali:** Le serie di dati utilizzate e/o analizzate durante lo studio in corso sono disponibili presso l'autore corrispondente su ragionevole richiesta.

**Conflitti di interesse:** gli autori dichiarano di non avere interessi concorrenti.

**Finanziamento:** Questo lavoro è stato sostenuto dal Fondo di pubblicazione open access della Libera Università di Bolzano.

## Bibliografia

- [1] Punov, P.; Evtimov, T.; Chiriac, R.; Clenci, A.; Danel, Q. Descombes, G. Progressi nelle alte prestazioni, basse emissioni e recupero dell'esergia nei motori a combustione interna. *Tecnologia dell'energia verde*. 2018, 995–1016.
- [2] Punov, P.; Evtimov, T.; Chiriac, R.; Clenci, A.; Q Danel. , Descombes, G. Progressi nelle alte prestazioni, nelle basse emissioni e nel recupero dell'esergia nei motori a combustione interna. *J. Energy Res.* 2017, 41,(9), 1229–1241.
- [3] Dong, X.; Fu, M.; J. Li.; J. Li.; Zhao, Y. Progettazione di ottimizzazione dello strumento di riparazione del filo per il robot di manutenzione con carica utilizzata nella sottostazione. *Serie conferenze IOP: Scienza e ingegneria dei materiali*. 2019,563(4).
- [4] Groenhuis, V.; Siepel, F.J.; Stramigioli, S. Miniaturizzazione di MR Sa- fe Pneumatic Rotational Stepper Motors. *Conferenza internazionale IEEE sui robot e i sistemi intelligenti*. 2019, 7150–7156.
- [5] Hemmi, M. Sviluppo di motori idraulici robusti ad alta densità di potenza e loro applicazione a un braccio robotico a 7 assi. *Atti del Simposio Internazionale IEEE/SICE 2019 sull'integrazione dei sistemi, SII* 2019. 2019, 264-269.
- [6] Yang, X.; Xue, Y.; J. Zhou.; Concli, F. Distribuzione delle sollecitazioni e ciclo di fluttuazione sulla faccia del rack dell'utensile da taglio a roccia. *Vib shock*. 2019.
- [7] Wan, T. Progettazione e analisi di un robot chirurgico simile a un serpente con articolazionicontinue. *ICARM 2020 - 2020 5° Conferenza Internazionale IEEE su Robotica Avanzata e Meccatronica*. 2020, 178-183.
- [8] Braykoff, C. Capacità di carico di ingranaggi a piccolomoduli. Università di Tecnologia di Münche. 2007 - L'unione politica
- [9] Concli, F. Ingranaggi a bassa perdita riduttori planetari di precisione: riduzione delle perdite di potenza dipendenti dal carico e stima dell'efficienza attraverso uno strumento ibrido di ottimizzazione analitico-numerica [Hochleistungs- und Präzisions-Planetengetriebe: Effizienzschätzung und Reduzierung. *Forsch. im Ingenieurwesen/Engineering Res.* 2017, 81(4), 395–407, 2017.
- [10] Hinterstoißer, M.; Sedlmair, M.; Lohner, T.; Stahl, K. Minimizzando le perdite di ingranaggi dipendenti dal carico. *Tribol.* 2019, 66(3), 15–25.
- [11] ISO, 6336. 2006- L'unione europea è un anno di
- [12] DIN, DIN 3990. 1987 - L'unione politica
- [13] ANSI/AGMA, ANSI/AGMA 2001. 2004: il presidente della Commissione europea, signor Presidente, signor Presidente in Steutzger, grande influenza sulla forza della base dentale. Francoforte. 1997.
- [15] Hertter, T. Calcolatrice prova di resistenza della capacità portante a fatica di ingranaggi a sperone temperati e temperati. Università Tecnica Muenchen. 2003: il presidente della Commissione europea, signor Presidente, signor Presidente in
- [16] Hoehn, B.-R.; P. Oster.; Braykoff, C. Dimensioni e influenza del materiale sulla radice del dente, pitting, scuffing e capacità di carico di usura degli ingranaggi del modulo fine. *Conferenza internazionale sugli ingranaggi*. 2010, 1295–1307.
- [17] Hoehn, B.-R.; Oster, P.; Braykoff, C. Calcolo della capacità di carico degli ingranaggi con modulo piccolo. *Organi di Trasm.* 2011, 42, 104–112.
- [18] ISO, ISO 1328. 2013.
- [19] Dobler, A.; M Hergesell.; Tobie, T.; Stahl, K. Maggiore resistenza alla flessione dei denti e capacità di carico di pitting degli ingranaggi a modulo fine. *Gear Technol.* 2016, 48-53.
- [20] Davoli, P.; Vergani, L.; Beretta, S. *Costruzioni di macchine I*. 2017.
- [21] Issler, L. *Teoria della forza - Nozioni di base*. 2013.
- [22] DIN, DIN 3962. 1978- L'unione politica
- [23] FVA 410/I, Abschlussbericht 410/I.
- [24] Gioong, B.; M. Kato.; Katsumi, io.; Takatsu, N. La forza flessione dei denti dell'ingranaggio del modulo fine carburato. *Giornale di registrazione JSME Int. Ser. 3, Vib. Control Eng.* 1992, 35(1), 136–141.
- [25] FVA 271, Abschlussbericht FVA 271.
- [26] FVA 162/I, Abschlussbericht FVA 162/I.
- [27] SAE, Test di fatica di piegatura dell'ingranaggio a denti singoli.
- [28] Maag, *Maag Gear Book: Calcolo e pratica degli ingranaggi, ingranaggi 364 aziona attacchi densi e attacchi frizione sincroni*. Nel 1990, la Commissione ha
- [29] Bonaiti, L.; Concli, F.; C. Gorla.; Rosa, F. Comportamento di fatica flessione di 17-4 ingranaggi PH prodotti tramite fusione laser selettiva. *Procedia Struct. Integr.* 24.764-774.
- [30] Gasparini, G.; Mariani, U.; C. Gorla.; M. Filippini.; Rosa, F. F. F. 367 Prove di fatica di ingranaggi carburati della cassa dell'elicottero: influenza del materiale, progettazione 368 e parametri di produzione. *American Gear Manufacturers Association 369 (AGMA) Fall Technical Meeting*. 2008, 131–142.
- [31] Concli, F. Ferro duttile austemperato (DGA) per ingranaggi: Comportamento di fatica da contatto e flessione. *Integrità strutturale di Procedia*. 2018, 8, 14-23.
- [32] Gorla, C.; Rosa, F.; Concli, F.; Albertini, H. Flessione della resistenza alla fatica di materiali di ingranaggi innovativi per riduttori di turbine eoliche: Effetto dei rivestimenti superficiali. *Asme International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings (IMECE)*. 2012, 7, PARTI A, B, C, D.
- [33] Gorla, C.; Rosa, F.; Conrado, E.; Concli, F. Resistenza a fatica flessione degli acciai per ingranaggi carburati e nitridi per applicazioni aeronautiche. *J. Appl. .* 2017, 12(21),11306–11322.
- [34] Gorla, C.; Conrado, E.; Rosa, F.; Concli, F. Comportamento di fatica da contatto e di flessione degli ingranaggi in ferro duttile austemperato. *Inst.* 2018, 232(6).
- [35] Marsalek, P.; Moravec, V. Una metodologia per i test di fatica degli ingranaggi e la loro valutazione. *MECCA J. Middle Eur.* 2011, 9(3).
- [36] Little, R.E. Il metodo up-and-down per piccoli campioni con due campioni 'inserie'. *J. Am. Stat.* 1975, 70(352),846–851.
- [37] Dixon, W.J. Metodo Up-and-Down per piccoli esempi. *J. Am. Stat.* 1965, 60(312), 967–978.
- [38] Mauch, H. Metodi statistici per valutare la durata e l'affidabilità dei componenti e la loro applicazione esemplare agli ingranaggi. 1997.
- [39] Rettig, H. Prove di ingranaggio su test di tensione e pulsatori. - Un confronto numerico delle caratteristiche di resistenza dei denti. *2° Congresso Mondiale sull'Ingranaggio di Parigi*. 1986- L'unione politica
- [40] DIN, DIN 4778. 1990: il consiglio di contea
- [41] Conrado, E., Gorla, C.; P. Davoli.; Boniardi, M. Un confronto della resistenza alla fatica di flessione degli ingranaggi carburati e nitridi per applicazioni industriali. *Eng. Fallite. Anale*. 2017, 78, 41–54. ■