Franco Concli

INTRODUZIONE ALLA MECCANICA DELLA FRATTURA

LA MECCANICA DELLA FRATTURA È UNA DISCIPLINA CHE SI OCCUPA DELLO STUDIO DEGLI EFFETTI DI DIFETTI E CRICCHE SULLO STATO DI SOLLECITAZIONE DI UN CORPO PERMETTENDO LO STUDIO E LA PREVISIONE DEI CEDIMENTI MACROSCOPICI

Nella storia sono molti gli esempi di cedimenti improvvisi, senza deformazioni macroscopiche, e con livelli nominali di sforzo assai inferiori ai limiti del materiale. Nella maggior parte dei casi, rotture di questo tipo si scoprono iniziare da un difetto del materiale che poi propaga fino a fare cedere macroscopicamente la struttura. Il fenomeno ha caratteristiche che dipendono molto dalla natura del materiale, dalle condizioni di carico, dalla temperatura etc. Se per una rottura fragile basta poca energia, una rottura completamente duttile avviene se e solo se l'energia necessaria alla propagazione della cricca viene fornita dall'esterno.

Attraverso opportuni criteri di previsione è possibile determinare la nucleazione ed eventuale propagazione di un difetto in funzione delle condizioni di carico, in modo da studiare e prevedere dal punto di vista macroscopico eventuali cedimenti.

Meccanica della Frattura in campo Elastico Lineare

Il concetto di base utilizzato per lo studio della meccanica della frattura in campo elastico lineare è la cosiddetta "intensificazione degli sforzi". In generale è noto come ogni discontinuità geometrica (intaglio) porti ad un aumento locale delle sollecitazioni. L'intensificazione è fortemente dipendente dalla geometria e dalle condizioni di carico. In letteratura di trovano molti dati a riguardo, solitamente nella forma di fattori di intaglio teorici K_t. La meccanica della frattura mutua il concetto di intensificazione degli sforzi applicandolo alle difettosità del materiale e cricche . Immaginando di avere una lastra piana infinita, di spessore sottile e avente un difetto di forma ellittica, con semiassi *a* e *b,* secondo la soluzione di Inglis [1], lo stato di sollecitazione nella direzione principale di carico può essere calcolato come:

$$\sigma_y = \sigma\left(1+2\frac{a}{b}\right) = \sigma\left(1+2\sqrt{\frac{a}{r}}\right)$$

in cui:

$$r = \frac{b^2}{a}$$

è il raggio di curvatura all'apice della cricca.
Si vede come, per *r* che tende a zero (cricca infinitamente acuta), il valore della sollecitazione σ_y tenda ad ∞ indipendentemente dal valore dello sforzo applicato. Il risultato ottenuto, seppur basato sull'ipotesi di continuo spaziale e quindi non valido per i materiali reali a livello atomico, fornisce un chiaro esempio di come gli sforzi si possano concentrare all'apice dei difetti.
Westergaard, Irwin, Sneddon e Williams [2] cercarono di risolvere matematicamente il campo degli sforzi nell'intorno di un difetto. Essi dimostrarono che, definito un sistema di riferimento polare con origine nell'apice della cricca, il campo degli sforzi in qualsiasi corpo criccato nell'ipotesi di materiale continuo, isotropo e lineare elastico è dato da

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left(1-\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left(1+\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

in cui K_I è detto fattori di intensificazione degli sforzi. Il pedice *I* indica il modo di apertura della cricca.
Si hanno infatti tre modi di apertura, come mostrato in **figura 2**. Anche gli sforzi derivanti dai modi *II* e *III* di apertura saranno funzione di *K, r* e θ.
La trattazione vista sin ora è valida per un difetto avente forma di fessura acuta. Più in generale, il fattore di intensificazione degli sforzi può essere calcolato come:

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a}$$

in cui *Y* è un coefficiente che dipende dalla geometria del difetto, della forma della struttura e dei carichi esterni.

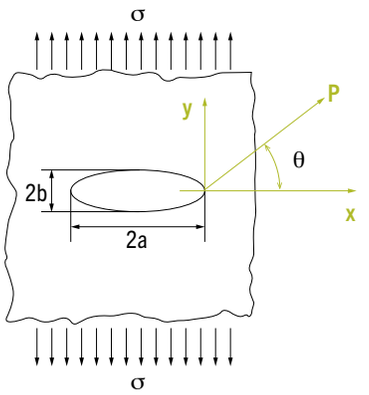


FIG. 1 Esempio di cricca ellittica

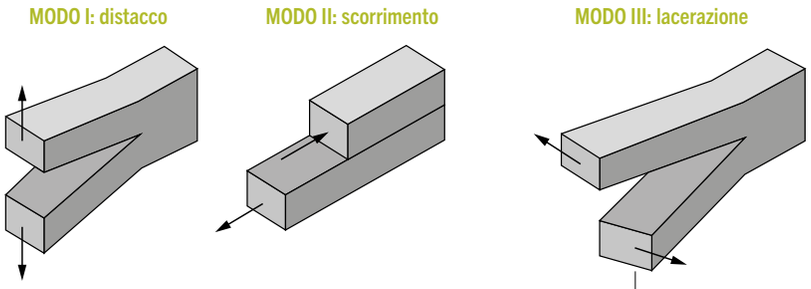


FIG. 2 Modi di apertura della cricca

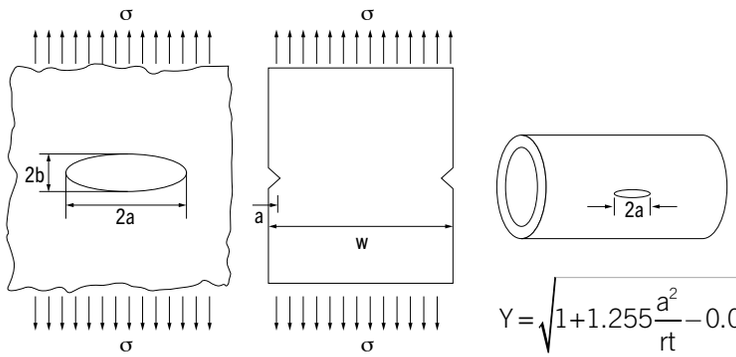
Criteri di rottura

Noto il campo di sollecitazione in presenza di una cricca, è necessario individuare un valore limite che discrimini tra propagazione e non propagazione della cricca. Se l'energia fornita dall'esterno non è sufficiente a fare propagare la cricca, infatti, per quel dato livello di carico non si avranno cedimenti nemmeno per un numero molto elevato di cicli di carico. Per contro, se l'energia fornita è sufficiente a fare propagare la cricca, si arriverà, dopo un numero sufficiente di cicli, ad avere una cricca sufficientemente propagata da fare cedere staticamente il componente.
La condizione critica risulta:

$$K = K_C$$

TAB. 1 Valori tipici di KIC a temperatura ambiente

Materiale	$R_{p0.2}$ [MPa]	K_{IC} [MPa $m^{0.5}$]
Acciai		
Basso tenore di C	235	220
Medio tenore di C	260	54
Maraging	2000	50
Alluminio		
2014 T4	450	26
7075T6	540	30
Titanio		
6Al4V	1100	38 38



$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \qquad K = 1.12\,\sigma\sqrt{\pi a} \qquad K = Y p \frac{R}{t}\sigma\sqrt{\pi a}$$

$$Y = \sqrt{1 + 1.255\frac{a^2}{rt} - 0.0135\frac{a^2}{r^2 + t^2}}$$

FIG. 3
Valori di K per alcuni tipi di difetto [3]

in cui K_C è è appunto il valore critico del fattore di intensificazione degli sforzi. In altre parole, la cricca propaga quando il valore K del fattore di intensificazione degli sforzi risulta superiore ad un valore critico. Il valore critico K_C dipende sia dal materiale che dalle caratteristiche geometriche del provino. Per i materiali duttili, il valore di K_C è massimo per componenti sottili e diminuisce asintoticamente al valore K_{IC}, detto tenacità a frattura, che dipende solamente da fattori metallurgici ed è quindi una proprietà del solo materiale. Questo valore può essere determinato attraverso prove standardizzate [4]. Per i materiali fragili, K_C risulta essere pressoché costante e pari a K_{IC}.
Al fine di applicare con successo la suddetta teoria, devono sussistere le seguenti condizioni:

- La zona plastica attorno alla cricca deve essere piccola rispetto allo spessore t e alla lunghezza a della cricca
  - Lo spessore t risulta maggiore di 2.5 $\left(\frac{k_{IC}}{R_{p0.2}}\right)^2$
  - La lunghezza a della cricca 2.5 $\left(\frac{k_{IC}}{R_{p0.2}}\right)^2$ risulta maggiore di
- Lo sforzo netto risulta minore di $0.8 \cdot R_{p0.2}$

Esempio applicativo

Si abbia un recipiente in pressione in acciaio Maraging avete raggio medio R = 200 mm e spessore t = 2 mm sottoposto ad una pressione interna p = 14 MPa. Il valore di snervamento risulta, in accordo a **tabella 1**, pari a 2000MPa mentre la tenacità a frattura pari a 50 MPa $m^{0.5}$.
Lo sforzo circonferenziale vale:

$$\sigma_t = p \cdot \frac{R}{t} = 1400\,\text{MPa}$$

Per il caso in esame, il coefficiente

$$Y = \sqrt{1 + 1.255\frac{a^2}{rt} - 0.0135\frac{a^2}{r^2 + t^2}}$$

vale pressappoco 1.

Pertanto:

$$K = Y p \frac{R}{t}\sigma\sqrt{\pi a} = 1 \cdot 14 \cdot \frac{0.2}{0-002}\sqrt{\pi a} = K_{IC} = 50\,\text{MPa}\,m^{0.5}$$

MPa $m^{0.5}$ permette di trovare *a 0 0.4 mm.*
Questa è la dimensione massima del difetto oltre la quale si ha propagazione e, per carici ripetuti, si arriverà a cedimento.

Conclusioni

In questa puntata si è voluto introdurre la meccanica della frattura. Essa permette, mediante formulazioni matematiche che descrivono le sovrasollecitazioni locali dovute alla presenza di una cricca o difetto, di prevedere cedimenti macroscopici dei componenti mediante controllo della propagazione del difetto.

Bibliografia

[1] Inglis C.E., Stresses in plate due to the presence of cracks and sharp corners – Proceedings, Institute of Naval Architectures (1913)
[2] Ted Anderson, Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, Boston, CRC Press, 1991
[3] Belloni G., Appunti per le lezioni di costruzione di machine, Edizioni Spiegel, 1999
[4] ASTM E399. ■