

Assi ed alberi

ASSI ED ALBERI SONO COMPONENTI MECCANICI ATTI AL COLLEGAMENTO DI ORGANI ROTANTI TRA LORO E, ATTRAVERSO I SUPPORTI, AL TELAIO. SI PARLA DI ASSI (ROTANTI O FISSI) QUANDO QUESTI SONO SOLLECITATI SOLO A FLESSIONE E DI ALBERI SE VIENE TRASMESSO ANCHE UN MOMENTO TORCENTE (ROTANTI). LA LORO TIPOLOGIA COSTRUTTIVA E LE LORO CONDIZIONI DI CARICO DIPENDONO FORTEMENTE DALL'APPLICAZIONE. PER QUESTO È IMPORTANTE CHIARIRE GIÀ A MONTE DEL DIMENSIONAMENTO LA FUNZIONE CHE L'ALBERO DOVRÀ SVOLGERE.

E sistono molte tipologie costruttive che spaziano dagli alberi cavi agli alberi pieni. I primi sono di norma più leggeri e capaci di trasmettere carichi paragonabili a quelli trasmissibili dagli alberi pieni, ma risultano più costosi e, pertanto, vengono utilizzati solo in particolari settori come quello aeronautico o nel mondo motorsport in cui il peso gioca un ruolo determinante. Altra possibile classificazione può essere fatta in base alla lunghezza: si parlerà pertanto di alberi corti e alberi lunghi. Gli alberi possono poi essere ad asse rettilinea (come nella maggior parte delle applicazioni) o a gomiti (classica applicazione è l'albero motore di un propulsore a combustione interna).

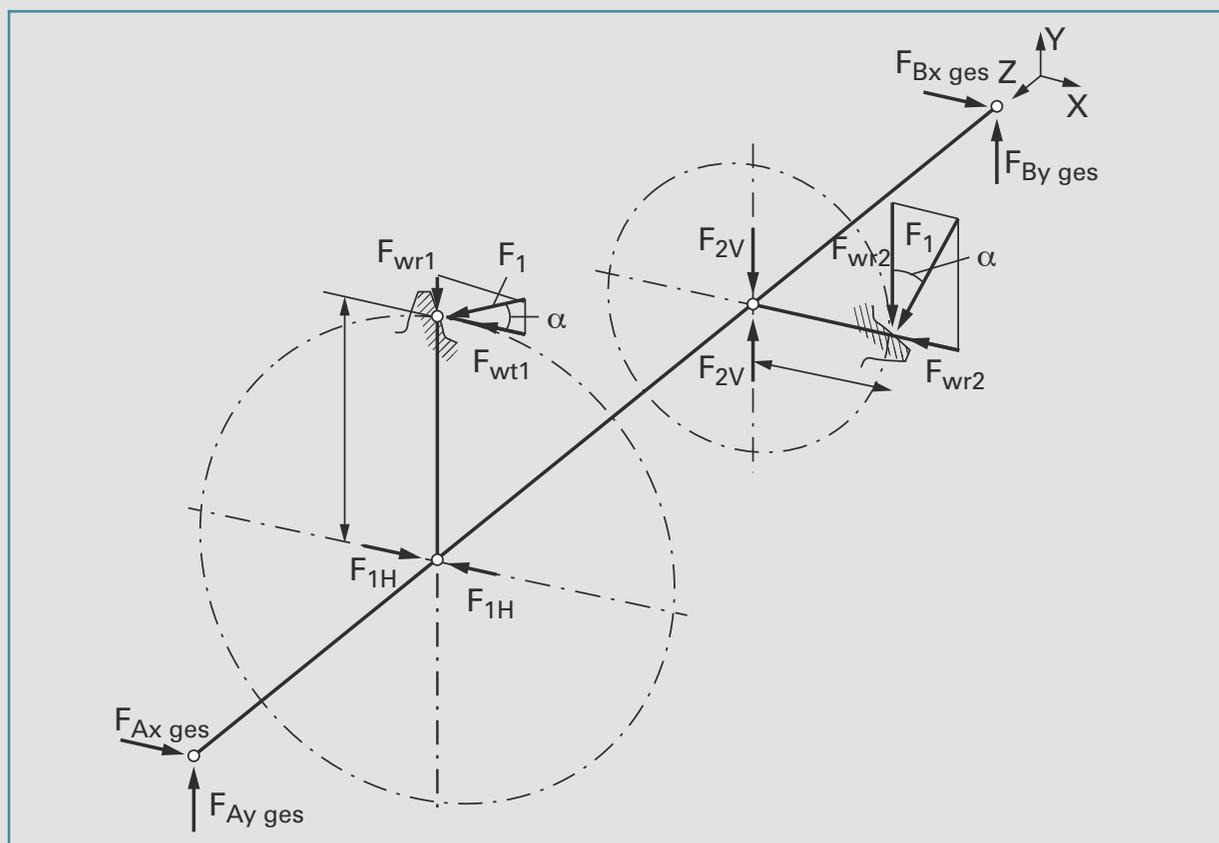
Regole di buona progettazione

Gli alberi possono essere realizzati con varie tecnologie. Per diametri piccoli è pratica comune la laminazione a freddo o la trafilatura, mentre la laminazione a caldo è più indicata per alberi di grosso diametro. Anche la fucinatura risulta un'alternativa praticabile nel caso di alberi con spallamenti. I grezzi vengono solitamente lavorati alle macchine utensili ma è comunque bene prevedere tolleranze strette solo nelle sezioni con una funzione specifica (come ad esempio le sedi dei cuscinetti e dei mozzi, le superfici di tenuta, ecc.) in quanto sono associate costi maggiori.

La buona pratica progettuale prevede l'utilizzo di raccordi e raggature in modo da ridurre gli effetti di



Fig. 1 – Esempio di montaggio.



intaglio nel passaggio da una sezione ad un'altra (ad esempio in corrispondenza di uno spallamento). Altro aspetto fondamentale da tenere in considerazione durante la progettazione di un albero e la possibilità di montarlo all'interno del sistema. Agli alberi vengono tipicamente accoppiati ad altri componenti quali ruote dentate, pulegge, cuscinetti ecc. che, in generale, devono poter essere inseriti assialmente. Questi elementi verranno poi fissati all'albero tramite forzamenti, ghiera, chiavette o anelli elastici di arresto.

Nella determinazione della forma costruttiva è anche importante scegliere la geometria così da minimizzare i coefficienti di intaglio e ridurre le sovrassollecitazioni locali.

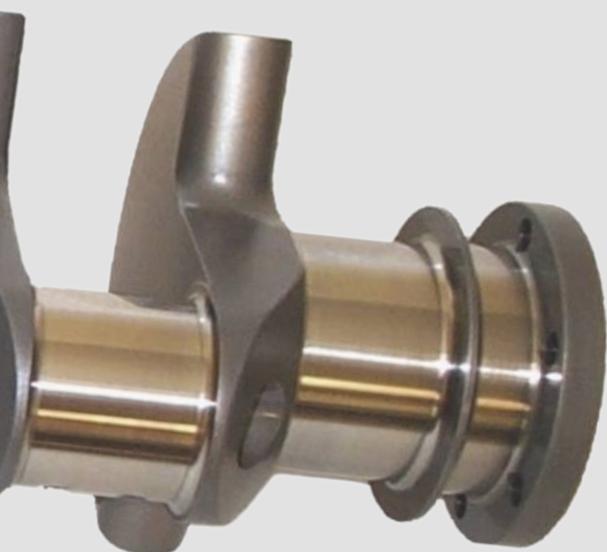
Nella scelta costruttiva, però, non bisognerà tenere conto solo della capacità di carico, bensì anche della deformazione, parametro che spesso gioca un ruolo chiave. In linea generale e dunque bene ricordare che:

- nella zona di montaggio dei mozzi, spesso l'albero dovrà prevedere una maggiorazione del diametro attorno al 15-30% in modo da compensare l'effetto di intaglio;
- sugli spallamenti è bene prevedere un raccordo che, però, dovrà avere un raggio minore del raggio dell'anello del cuscinetto o altro componente che vi verrà montato;
- le sedi per eventuali anelli elastici di arresto e le filettature riducono sensibilmente il limite di fatica (30-50%);
- i fori trasversali riducono anch'essi sensibilmente il limite di fatica;

Per alberi lunghi un parametro limitante risulta essere la deformazione massima. Risulta pertanto importante scegliere nel modo più opportuno la rigidità dell'albero.

Dimensionamento e analisi delle sollecitazioni

Il primo passo nel dimensionamento di un albero è il calcolo delle forze e delle coppie nominali sullo stesso



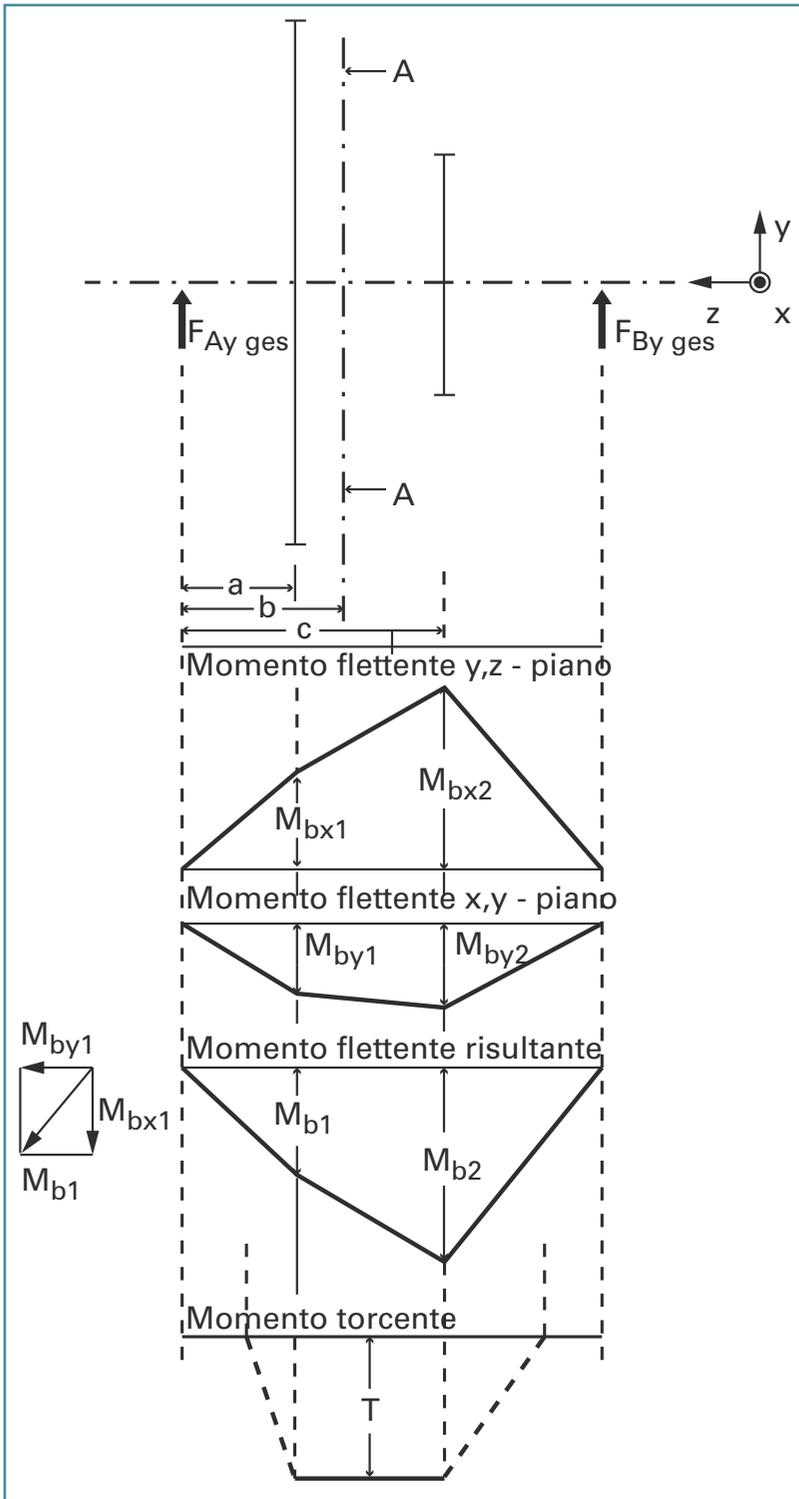


Fig. 2 - Andamento delle aziende interne nell'albero.

che dipenderanno dal montaggio e dai carichi. A titolo di esempio si considererà un albero montato e caricato come in figura 1.

L'albero prevede due ruote. I dati geometrici sono riportati in tabella 1. Le ruote dentate, essendo nel caso specifico a denti dritti, trasmettono solamente un contributo tangenziale ed uno radiale legato all'angolo di pressione quantificabili in Forze tangenziali

$$F_{wt,1} \frac{T}{r_1} = 3000N$$

$$F_{wt,2} \frac{T}{r_2} = 1000N$$

Forze radiali

$$F_{wr,1} = F_{wt,2} \cdot \tan \alpha_w = 1092N$$

$$F_{wr,2} = F_{wt,2} \cdot \tan \alpha_w = 3640N$$

la cui direzione è quella riportata in figura 1.

Note le forze trasmesse dalle ruote dentate (o nel caso generale forze e coppie agenti sull'albero), risulta possibile determinare le reazioni vincolari sui cuscinetti o supporti. Scrivendo un equilibrio alla traslazione in direzione x ed in direzione y ($\Sigma F_x = 0$ ed $\Sigma F_y = 0$) e due equilibri alla rotazione rispetto agli assi x ed y ($\Sigma M_x = 0$ e $\Sigma M_y = 0$) si perviene ai seguenti risultati.

$$F_{Axges} = \frac{F_{wt,1}(1-a) + F_{wr,2}(1-c)}{1} = 3534,7N$$

$$F_{Ayges} = \frac{F_{wr,1}(1-a) + F_{wt,2}(1-c)}{1} = 4467,7N$$

$$F_{Bxges} = \frac{F_{wt,1}a + F_{wr,2}c}{1} = 3105,4N$$

$$F_{Byges} = \frac{F_{wr,1}a + F_{wt,2}c}{1} = 36624,5N$$

L'azione di queste forze farà sì che l'albero risulti inflesso.

Le azioni interne per il caso in esame sono riportate in figura 2. Il momento flettente totale andrà determinato combinando i momenti agenti nei piani x-z e y-z. In corrispondenza del cuscinetto di destra, il momento flettente massimo varrà

$$M_{f,max} = \sqrt{M_{bx}^2 + M_{by}^2} = \sqrt{[F_{wr,1}(c-a) - F_{Ayges}]^2 + [-F_{wt,1}(c-a) - F_{Axges}]^2} = 729Nm$$

Oltre al momento flettente, agirà un momento torcente pari a

$$M_{t,max} = T_{nom} = 600Nm$$

I due momenti andranno combinati trovando un momento equivalente

$$M_{f,eq} = \sqrt{M_{f,max}^2 + (\alpha M_{t,max})^2}$$

α^2 varrà 0.25 nel caso di flessione rotante con torsione pulsante o costante e 0.75 per flessione rotante con torsione alternata. Il momento equivalente varrà

$$M_{f,eq} = 789Nm$$

Sulla base di questo dato è possibile fare il pre-dimensionamento. Il diametro minimo dell'albero dovrà, quindi, essere

$$d \geq 2.17 \sqrt[3]{\frac{M_{f,eq}}{\sigma_{amm}}}$$

Considerando un valore ragionevole di sforzo ammissibile (vita infinita) di 100 MPa (pari a circa un sesto del carico di rottura (630 MPa per il materiale in esame)) si ottiene

$$d \geq 43.2 \text{ mm}$$

A questo punto è noto un diametro minimo sotto cui, anche in assenza di intagli, non sarà possibile scendere. Lo step successivo è la determinazione della geometria finale dell'albero alla luce delle considerazioni fatte in precedenza. A titolo di esempio si considererà la geometria riportata in figura 3. I diametri adottati sono riportati in tabella 1.

Come si vede, per la ruota veloce è stato adottato un montaggio con chiavetta (che verrà trattato in un successivo quaderno di progettazione), mentre la ruota lenta è realizzata direttamente di pezzo sull'albero.

Verifica statica

Fissata la geometria sulla base del pre-dimensionamento, è necessario effettuare una verifica statica alla luce delle scelte fatte in precedenza.

Nel passaggio da una sezione ad un'altra, come in corrispondenza della sezione A-A nell'esempio, si vanno a determinare delle sovrasollecitazioni locali rispetto a quanto di trova nominalmente. Attraverso diagrammi sperimentali o con delle simulazioni numeriche strutturali (FEM, BEM, ecc.) risulta possibile tenerne conto attraverso un coefficiente K_t che rappresenta l'effetto locale di intaglio. Nel caso particolare di materiale duttile in cui si accetti uno snervamento localizzato, è possibile introdurre l'ipotesi di insensibilità all'intagli, ponendo tale coefficiente pari a 1.

Il primo passo per la verifica statica è il calcolo delle sollecitazioni. Considerando i diametri selezionati, i momenti flettenti (nei due piani e combinato) e quello torcente nella sezione A-A varranno rispettivamente

$$M_{bb} = F_{wr,1}(b-a) - F_{Ayges} = -458 \text{ MPa}$$

$$M_{by} = -F_{wt,1}(c-a) - F_{Byges} = 299 \text{ MPa}$$

$$M_b = \sqrt{M_{bx}^2 + M_{by}^2} = 548 \text{ Nm}$$

$$M_t = 600 \text{ Nm}$$

Si noti che si è considerata la sezione A-A in quanto il cambio di sezione ed il conseguente coefficiente di intaglio la rendono potenzialmente una sezione più sollecitata della sezione a distanza c in cui il sia il momento flettente che il momento torcente nominali sono massimi (e per cui, comunque, è già stato effettuato il pre-dimensionamento).

Tali momenti produrranno le seguenti azioni interne

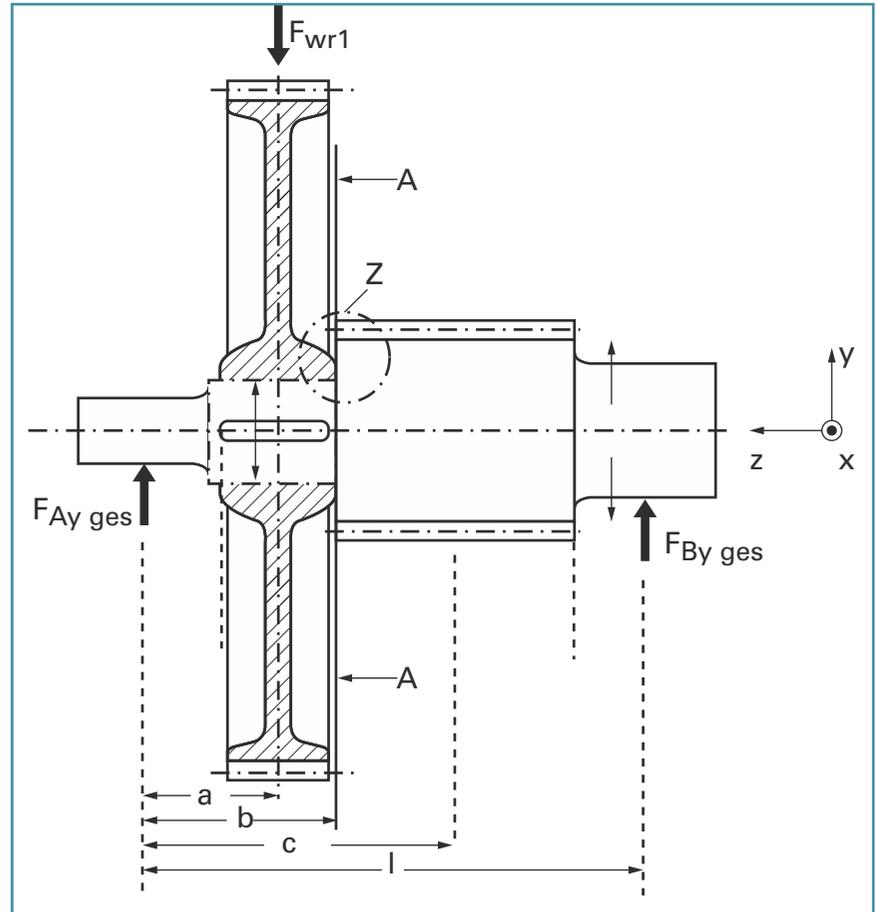


Fig. 3 – Esempio di albero.

TAB. 1: DATI

Momento torcente nominale [Nm]	600
Angolo di pressione delle dentature [°]	20
Raggio [mm]	60
Raggio [mm]	80
Lunghezza [mm]	80
Lunghezza [mm]	110
Lunghezza [mm]	190
Lunghezza [mm]	300
Diametro [mm]	50
Diametro [mm]	110
Raggio di raccordo [mm]	1

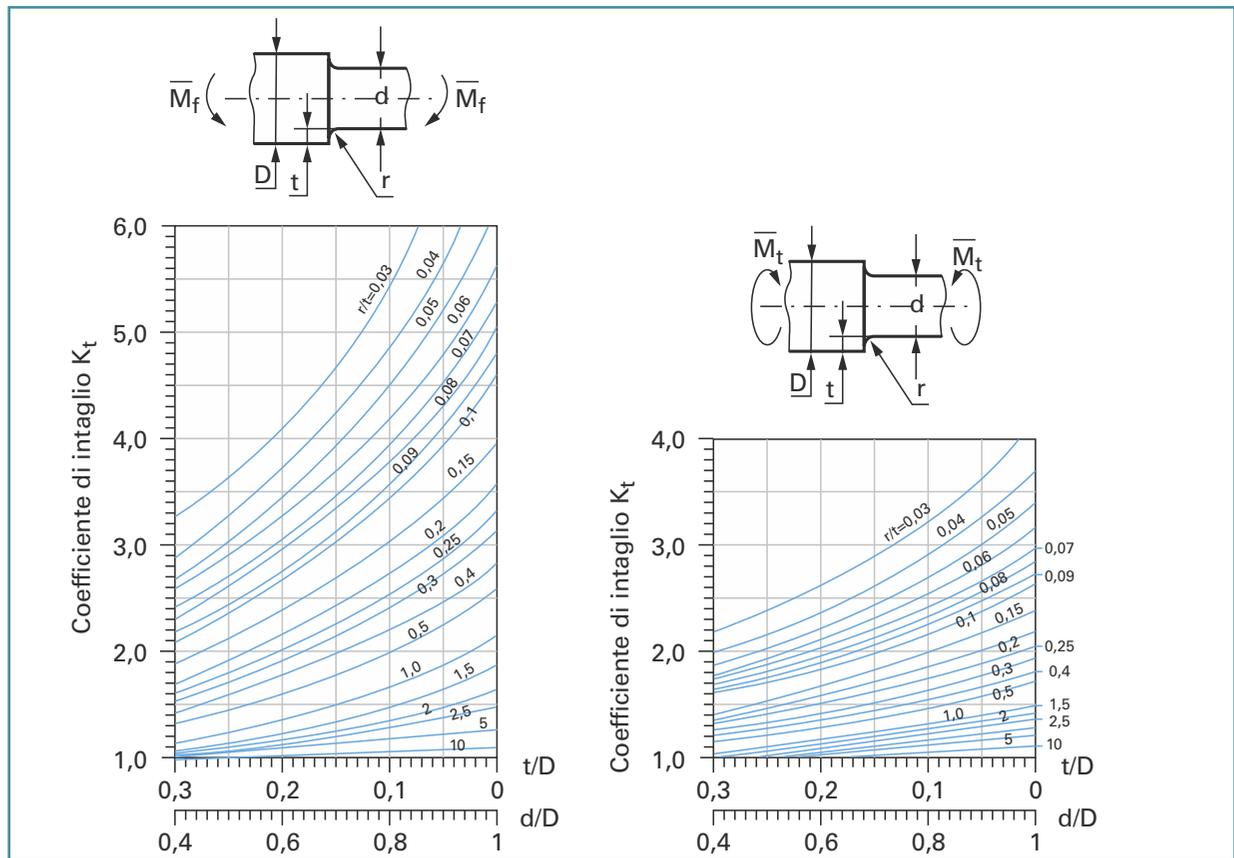
$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{M_b}{\pi d^3} 32 = 44.65 \text{ MPa}$$

$$\tau_b = \frac{T_b}{W_t} = \frac{T_b}{\pi d^3} 16 = 24.45 \text{ MPa}$$

Le sollecitazioni dovute all'azione di taglio vengono in questo caso trascurate.

Trovandoci in uno stato composito di sforzo, risulta necessario introdurre un criterio di resistenza per materiali isotropi. Tra i più comuni troviamo quello di von Mises e Guest-Tresca secondo cui, lo sforzo equivalente

Fig. 4 – a) Fattore d'intaglio per alberi con spallamenti e gole sottoposti a flessione; b) fattore d'intaglio per alberi con spallamenti e gole sottoposti a torsione (da manuale meccanico Hoepli).



confrontabile con il limite del materiale vale rispettivamente

$$\sigma_{vM} = \sqrt{\sigma_{nom}^2 + 3\tau_{nom}^2}$$

$$\sigma_{GT} = \sqrt{\sigma_{nom}^2 + 4\tau_{nom}^2}$$

Tornando all'esempio, scegliendo di accettare snervamento localizzato ($K_t = 1$) e considerando il criterio di Guest-Tresca otteniamo

$$S_s = \frac{\sigma_{amm}}{\sigma_{GT}} = \frac{630\text{MPa}}{66\text{MPa}} = 9.5$$

Se si fosse considerato il coefficiente di intaglio in accordo a figura 4, gli sforzi dovuti al momento flettente ed al momento torcente nella sezione A-A sarebbero risultati

$$\frac{r}{t} = \frac{1}{30} = 0.03; \frac{t}{D} = \frac{30}{110} = 0.27 \rightarrow K_t = 3.4$$

$$\sigma_{bmax} = \frac{M_b}{W_b} K_t = \frac{M_b}{\pi d^3} 32 K_t = 151.81\text{MPa}$$

$$\frac{r}{t} = \frac{1}{30} = 0.03; \frac{t}{D} = \frac{30}{110} = 0.27 \rightarrow K_t = 2.3$$

$$\tau_{bmax} = \frac{T_b}{W_t} K_t = \frac{T_b}{\pi d^3} 16 K_t = 65.24\text{MPa}$$

Sotto questa ipotesi, lo sforzo equivalente di Guest-Tresca risulta

$$\sigma_{GT} = \sqrt{\sigma_{nom}^2 + 3\tau_{nom}^2} = 189.25$$

da cui il coefficiente di sicurezza statico

$$S_s = \frac{\sigma_{amm}}{\sigma_{GT}} = \frac{630\text{MPa}}{189.25\text{MPa}} = 3.29$$

Conclusioni

La progettazione di un albero passa attraverso un primo dimensionamento alla luce del quale viene proposta una prima bozza costruttiva che però andrà verificata sia staticamente che a fatica. Gli intagli, infatti, come si è visto nell'esempio, introducono pericolose sovraccarichi per cui una verifica statica risulta sempre necessaria. Nel prossimo quaderno di progettazione, si mostrerà come eseguire la verifica a fatica dell'albero e come determinarne rigidezza, inflessione e velocità critiche

© RIPRODUZIONE RISERVATA

Riferimenti

Concli F., Organi di macchine: assi ed alberi, Organi di Trasmissione OT03 2017
G. Niemann, H. Winter, B.-R. Hoehn, Manuale degli organi delle Macchine, edizione italiana a cura di Tecniche Nuove